

## Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 2000-2001 Neðra stig

Nafn: \_\_\_\_\_

Kennitala: \_\_\_\_\_ Sími: \_\_\_\_\_

Heimilisfang: \_\_\_\_\_

Skóli: \_\_\_\_\_

Bekkur eða áfangi: \_\_\_\_\_

Námsár í framhaldsskóla:  1.  2.

I	
II	
III	
21	
22	
Alls	

### Leiðbeiningar:

- Opnið ekki spurningaheftið fyrr en ykkur er sagt að gera það.
- Færið inn allar upplýsingar sem beðið er um hér á undan áður en þið opnið heftið.
- Þetta er ekki venjulegt próf. Ekki er gert ráð fyrir að margir geti svarað öllum spurningunum. Þótt þið getið ekki svarað nema hluta þeirra, þá þarf það ekki að þýða að þið standið ykkur ekki vel. Sumar spurninganna eru mjög erfiðar.
- Keppnin er í fjórum hlutum. Í fyrsta hluta eru tíu spurningar sem gilda þrjú stig hver; í öðrum hluta eru fimm spurningar sem gilda fjögur stig hver; í þriðja hluta eru fimm spurningar sem gilda sex stig hver og í fjórða hluta eru tvær spurningar sem gilda tíu stig hvor. Hámarksfjöldi stiga er 100.
- Allar spurningar í fyrsta og öðrum hluta eru krossaspurningar. Á eftir hverri spurningu eru fjögur eða fimm hugsanleg svör. Aðeins eitt þeirra er rétt. Setjið kross í reitinn framan við rétta svarið. Ef þið getið ekki svarað spurningu, þá borgar sig yfirleitt ekki að giska á svarið, því að fyrir hvert rangt svar er dregið frá eitt stig.
- Í þriðja hluta á aðeins að tilgreina svör, en ekki sýna aðferðina sem notuð var. Svarið skal tilgreint á svarlínunni aftan við spurninguna. Fyrir rétt svar eru gefin sex stig, fyrir rangt svar, ófullkomið eða tvírætt svar er ekkert stig gefið.
- Í lausnum tveggja síðustu dæmanna, í fjórða hluta, á að gera fullkomna grein fyrir hvernig svarið var fengið. Færið inn endanlega lausn, ekki krot sem á heima á rissblöðum. Við mat lausna er tekið tillit til nákvæmni í röksemdafærslu og skýrleika í framsetningu.
- Hjálparmyndir sem fylgja sumum dæmunum eru aðeins ætlaðar til skýringar. Ekki er víst að þær séu teiknaðar í réttum hlutföllum.
- Þið hafið nákvæmlega tvær klukkustundir til að leysa verkefnið eftir að ykkur er leyft að byrja. **Notkun reiknivéla er óheimil.**

## Fyrsti hluti

Í þessum hluta eru tíu spurningar og er hver spurning þriggja stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

1. Rögnvaldur og vinir hans fjórir eiga að að meðaltali 220 krónur, en Rögnvaldur sjálfur á 380 kr. Hve mikið eiga vinirnir fjórir að meðaltali?

160 krónur     180 krónur     220 krónur     300 krónur

2. Hvert af eftirtöldu er rétt?

Talan  $8^8$  er 2. veldi tölunnar  $4^4$   
 Talan  $8^8$  er 3. veldi tölunnar  $4^4$   
 Talan  $8^8$  er 4. veldi tölunnar  $4^4$   
 Talan  $8^8$  er 8. veldi tölunnar  $4^4$

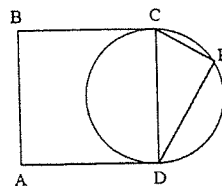
3. Þjónustufyrirtæki hækkaði einingarverð vöru sinnar um 40%, en tekjur fyrirtækisins jukust aðeins um 26%. Hve miklu færri einingar seldi fyrirtækið?

10 %     14 %     40%     66%

4. Þegar úti er rigning, þá er kötturinn annaðhvort inni í herbergi eða niðri í kjallara. Þegar kötturinn er í herberginu, þá er músin í holu sinni og osturinn er í ísskápnum. Þegar osturinn er á borðinu og kötturinn er í kjallaranum, þá er músin í herberginu. Núna er rigning og osturinn er á borðinu. Því hlýtur nauðsynlega að gilda:

Kötturinn er í herberginu  
 Músinn er í holunni  
 Annaðhvort er kötturinn í herberginu eða músin er í holunni  
 Kötturinn er í kjallaranum og músin er í herberginu

5. Á myndinni hér að neðan er  $ABCD$  ferningur og  $P$  er punktur á hringnum,  $CD$  er miðstrengur,  $CP = 7$  og  $PD = 11$ . Hvert er flatarmál ferningsins?



144     169     170     180

6. Á eyju einni búa sannsöglir menn sem ávallt segja satt og lygarar sem ávallt segja ósatt. Á eyjunni búa 2000 manns. Sérhver íbúanna stundar nákvæmlega eina af þremur íþróttum sund, hlaup eða stangarstökk. Fyrir hvern íbúa eru lagðar eftirfarandi þrjár spurningar.

- 1) Stundar þú sund?
- 2) Stundar þú hlaup?
- 3) Stundar þú stangarstökk?

1010 manns svöruðu 1. spurningu játandi, 690 manns svöruðu 2. spurningu játandi og 510 manns svöruðu 3. spurningu játandi. Hve margir lygarar eru á eyjunni?

- 180       210       500       990

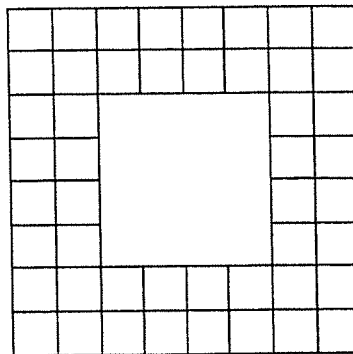
7. Í handboltakeppni leikur hvert lið einu sinni við sérhvert hinna liðanna. Fyrir sigur í leik fást 2 stig, 1 stig fyrir jafntefli og 0 stig fyrir tap. Sigurliðið fékk 7 stig, liðið í 2. sæti fékk 5 stig og liðið í 3. sæti fékk 3 stig. Hve mörg stig fékk neðsta liðið?

- 0       1       2       3

8. Jafnhliða þríhyrningur og reglulegur sexhyrningur hafa sama ummál. Hvert er hlutfallið milli flatarmáls þríhyrningsins og flatarmáls sexhyrningsins?

- $1/2$         $2/3$         $\sqrt{2}/2$         $\sqrt{3}/3$

9. Hversu margir ferningar eru til í myndinni hér fyrir neðan þar sem hliðarlínur ferninganna ákvarðast af rúðustrikunum?



- 72       75       89       91

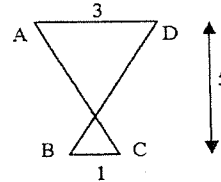
10. Í safni af tölum er viss fjöldi af ellefum og afgangurinn er tólfur. Ellefurnar eru þremur fleiri en tólfurnar. Hver gæti summa talnanna í safninu verið?

- 232       234       235       240

## Annar hluti

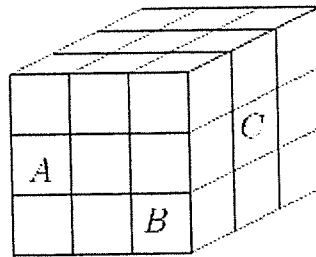
Í þessum hluta eru fimm spurningar. Hver spurning er fjögurra stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

11. Lítum á meðfylgjandi skýringarmynd. Gefið er að  $AD$  er samsíða  $BC$ . Hvert er samanlagt flatarmál þríhyrninganna tveggja á myndinni?



- 6     
   $25/4$      
   $13/2$      
   $27/4$      
  7

12. Hvert er yfirborðsflatarmál hlutarins sem fæst með því að fjarlægja einingarnar  $A$ ,  $B$  og  $C$  úr  $3 \times 3 \times 3$  teningnum hér að neðan?



- 50     
  54     
  58     
  60     
  64

13. Fullhlaðinn vörubíll vegur  $x$  tonn. Ef hann er hlaðinn til hálf þá vegur hann  $y$  tonn. Hve mörg tonn vegur bíllinn óhlaðinn?

- $\frac{x-y}{2}$      
   $x-y$      
   $x-2y$      
   $2y-x$      
   $2x-2y$

14. Talan  $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$  er jöfn:

- $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$      
   $1+\sqrt{3}$      
   $2+2\sqrt{3}$      
   $2+\sqrt{12}$      
   $2+\sqrt{2\sqrt{2}}$

15. Ef  $x > 5$ , hvert eftirtalinna brota er þá minnst?

- $\frac{5}{x}$      
   $\frac{5}{x-1}$      
   $\frac{x}{5}$      
   $\frac{5}{x+1}$      
   $\frac{x+1}{5}$

**Þriðji hluti**

Í þessum hluta er hvert dæmi sex stiga virði. Tilgreinið svar ykkar á svarlínunni. Fyrir rangt svar, ófullkomið svar eða tvírætt svar fæst ekkert stig.

16. Jón er þrjár stundir að vinna verk. Jóna er tvær stundir að vinna sama verk. Hve lengi yrðu þau að vinna þetta verk í sameiningu miðað við sömu afköst?

Svar: \_\_\_\_\_

17. Punktinum  $A = (2, 3)$  er speglað um  $x$ -ásinn (í venjulegu hnitakerfi) og hafnar hann þá í punktinum  $B$ . Síðan er punktinum  $B$  speglað um línuna  $y = x$  og hann hafnar í punktinum  $C$ . Hvert er flatarmál þríhyrningsins  $ABC$ ?

Svar: \_\_\_\_\_

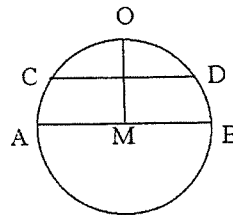
18. Látum  $N$  vera minnstu jákvæðu tölu sem er þriðja veldi heillar tölu og jafnframt fimmta veldi annarrar heillar tölu. Hve margir tölustafir eru í  $N$ ?

Svar: \_\_\_\_\_

19. Fjár sjóður er grafinn á ákveðnum stað við veg sem liggur í beinni línu gegnum bæina  $A$ ,  $B$ ,  $C$  og  $D$  í þessari röð. Eftirfarandi leiðbeiningar eiga að vísa á fjársjóðinn:  
Byrjaðu í bænum  $A$  og farðu hálf leiðina til  $C$ .  
Farðu síðan þriðjung leiðarinnar þaðan til  $D$ .  
Farðu loks fjórðung leiðarinnar þaðan til  $B$  og grafið upp fjársjóðinn.  
Ef leiðin  $AB$  er 6 kílómetrar,  $BC$  er 8 kílómetrar og fjársjóðurinn er grafinn miðja vegu milli  $A$  og  $D$ , hver er þá fjarlægðin frá  $C$  til  $D$ ?

Svar: \_\_\_\_\_

20. Á myndinni er hringur með miðpunkt  $M$  og radíus 1.  $AB$  er miðstrengur.  $O$  er punktur á hringferlinum þannig að  $OM$  er hornrétt á  $AB$ .  $CD$  er strengur sem er samsíða  $AB$  og helmingar  $OM$ . Hve langt er strikið  $CB$ ?



Svar: \_\_\_\_\_

## Fjórði hluti

Í þessum hluta er hvort dæmi tíu stiga virði. Hér ber að rökstyðja svörin. Við mat lausna er tekið tillit til frágangs, nákvæmni og skýrleika í framsetningu.

21. Við ætlum að velja mann árfúsundsins. Umsækjendur eru nákvæmlega 2000 talsins. Við röðum þeim hlið við hlið og gefum þeim númer frá 1 til 2000. Síðan göngum við á röðina frá 1 til 2000 og segjum við umsækjendur: „nei-já, nei-já, nei-já, ....” þar til komið er að enda raðarinnar. Allir sem heyra „nei” hverfa umsvifalaust úr hópnum. Síðan göngum við á röð þeirra sem eftir eru og segjum: „nei-nei-já, nei-nei-já, nei-nei-já, ....” og þeir sem fá „nei” fara úr hópnum. Í þriðju umferð segjum við: „nei-nei-nei-já, nei-nei-nei-já, ...”, í umferðinni þar á eftir segjum við: „nei-nei-nei-nei-já, ...”. Þannig höldum við áfram svo lengi sem einhver er eftir. Hvaða númer hefur sá sem síðastur fær að heyra „nei”?

22.  $ABC$  er jafnhliða þríhyrningur.  $D$  er punktur á  $BC$  þannig að  $BD/BC = 1/3$ ,  $E$  er punktur á  $CA$  þannig að  $CE/CA = 1/3$ ,  $F$  er punktur á  $AB$  þannig að  $AF/AB = 1/3$ . Innan línanna  $AD$ ,  $BE$  og  $CF$  afmarkast þríhyrningur. Hvert er hlutfall flatarmáls þess þríhyrnings og flatarmáls þríhyrningsins  $ABC$ ?